

LICEO SCIENTIFICO “A. VALLISNERI”

Classe III A 1° quadrimestre/ 1^a verifica 3 novembre 2011

Verifica (per l’orale) su:

Ripasso di algebra, introduzione alla geometria analitica

Alunno:

Esercizio 1: definizioni

Dai la definizione dei seguenti termini/concetti:

1. Sistema di riferimento monometrico
2. Equazione in forma esplicita
3. Disequazione

Esercizio 2: vero o falso

Scrivi a fianco a ciascuna affermazione V o F, a seconda che sia vera o falsa:

1. Per individuare un punto sul piano, è sufficiente fornire una coppia di numeri.
2. Dato un sistema di disequazioni, la regione che esso rappresenta nel piano cartesiano può anche essere vuota (cioè il sistema “non rappresenta nulla”).
3. Sia data un’equazione in due incognite (x e y). Per disegnare la curva che essa rappresenta sul piano cartesiano, basta trovare due punti che soddisfano tale equazione e poi fare il grafico che passa per quei punti.
4. Il punto di coordinate $(2, \sqrt{3})$ appartiene alla curva \mathcal{C} rappresentata dall’equazione $6x + y - \frac{1}{2} = x^2 + \frac{15}{2} + \sqrt{3}$.
5. Esistono altri punti del tipo $(2, y)$ che appartengono alla curva \mathcal{C} .
6. Esistono altri punti del tipo $(x, \sqrt{3})$ che appartengono alla curva \mathcal{C} .
7. L’equazione $y = 3x^4 - \sqrt{x-5} + 2 + \sqrt{y+1}$ è in forma esplicita rispetto alla x .
8. L’equazione $z = x^5 + 2x + \frac{5}{9}$ non può essere portata in forma implicita rispetto all’incognita z .

Esercizio 3: completamento

Indica quali parole secondo te sono state tolte dal seguente testo¹, scrivendole nella tabella 1, a fianco dei numeri corrispondenti.

Nota: il brano è tratto da un paragrafo che si intitola: *La geometria analitica*.

Ciò che la geometria insegnava a studiare in modo puramente deduttivo ora possiamo tradurlo, *trasferirlo in relazioni di tipo analitico tra numeri*, passando dai punti alle loro ... 1 ... Attraverso tale passaggio, *le deduzioni logiche si trasformeranno in calcoli algebrici*.

Mostriamo, a titolo d'esempio, una relazione semplice.

Se diciamo che *due punti P_1 e ... 2 ... sono simmetrici rispetto alla retta asse delle x* , abbiamo espresso verbalmente una proprietà ... 3 ... relativa a una coppia di ... 4 ... del piano.

Chiamate ... 5 ... e $(x_2; y_2)$ le ... 6 ... dei ... 7 ... che stiamo considerando, la proposizione precedente può essere espressa attraverso le relazioni algebriche:

$$x_1 = x_2 \quad e \quad y_1 = \dots 8 \dots$$

Viceversa, se di due punti P_1 e P_2 sappiamo che hanno uguale ... 9 ... e ... 10 ... opposte ($y_1 = \dots 11 \dots$), possiamo interpretare questa relazione numerica dal punto di vista ... 12 ..., affermando che i due punti P_1 e P_2 sono ... 13 ... rispetto all'asse ... 14 ...

Tabella 1: Tabella relativa all'esercizio di completamento: scrivi a fianco di ciascun numero, la corrispondente parola mancante nel testo proposto sopra. Il numero 3 è già riempito, a mo' di esempio.

Numero	Parola	Numero	Parola
1		8	
2		9	
3		10	
4		11	
5		12	
6		13	
7		14	

Esercizio 4: riassunto concettuale

Cosa hai imparato a fare (o avresti dovuto imparare a fare) in questo primo modulo? Esponi brevemente (max 5 righe).

¹Il testo è tratto da: Mara Andreini, Raffaella Manara, Francesco Prestipino, *Matematica controluce. Per i programmi sperimentali*, ETAS, prima edizione: gennaio 1999.

Esercizio 5

Elenca **tutti** gli elementi necessari per rappresentare un punto su di un piano, usando coordinate polari (ovvero “angolo e distanza”).

Stessa cosa, nel caso in cui si usino coordinate “cartesiane classiche”.

Esercizio 6: abbinamenti equazioni-curve

Considera i grafici proposti nella figura 1.

Scrivi su ciascun grafico, il numero dell’equazione corrispondente, scegliendo fra le seguenti:

$$y = -2x - 5 \quad (1)$$

$$xy = 12 \quad (2)$$

$$y = x + 6 \quad (3)$$

$$y = x^2 - 4 \quad (4)$$

Esercizio 7

Si vuole individuare un punto P sul tuo foglio protocollo, considerato come (parte del) piano di riferimento. Per disegnare il punto P , vengono date le seguenti istruzioni:

1. Disegna un punto A , distante 6 cm dal lato (corto) inferiore del foglio.
2. Traccia la retta r (in realtà è un segmento), parallela al lato inferiore, passante per A . Tale retta divide in due parti il foglio.
3. Il punto P è posizionato sulla retta r , 3 cm a destra di A

Rispondi alle seguenti domande:

1. Questo procedimento permette di determinare univocamente (cioè in modo che tutti arrivino allo stesso risultato) il punto P ?
2. Se non è così, dimostrarlo, facendo vedere che seguendo le istruzioni sopra si possono individuare almeno due punti P .
3. Quali altre istruzioni bisognerebbe aggiungere per identificare univocamente il punto P ?

Esercizio 8: un esercizio “di tipo teorico”

Considera un’equazione di II grado nelle due incognite x e y . Essa può rappresentare una circonferenza, un’ellisse, un’iperbole). Per stabilire di quale conica si tratta fra queste tre, si può seguire un algoritmo. Nella figura 2, ti proponiamo l’inizio di questo algoritmo; completalo tu come esercizio.

Esercizio 9: generalizzazione dell’esercizio precedente

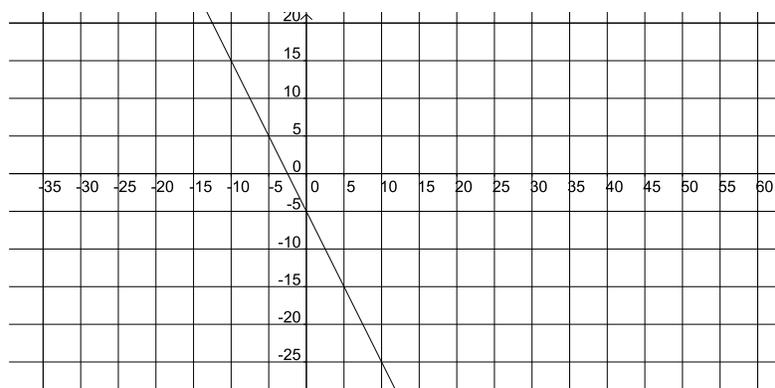
Nell’esercizio precedente, abbiamo considerato solo equazioni di II grado in entrambe le incognite. Consideriamo adesso il caso più generale, che include anche la possibilità che l’equazione considerata abbia grado zero o uno nelle sue incognite. Per essere più chiari, consideriamo di nuovo l’equazione precedente:

$$ax^2 + by^2 + cx + dy + e = 0$$

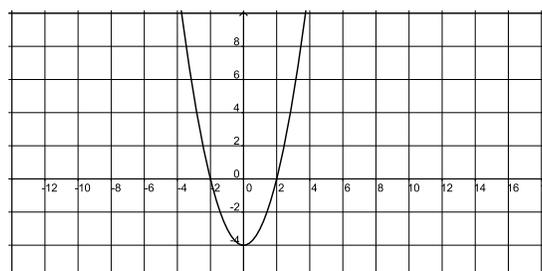
Adesso, diversamente da prima, ammettiamo che possa risultare, ad esempio, $a = b = d = 0$, in modo che l'equazione si riduce ad una di primo grado nella x e grado zero nella y , rappresentando così una retta parallela all'asse y .

Amplia l'algoritmo proposto nell'esercizio precedente, fino a considerare tutti i casi possibili.

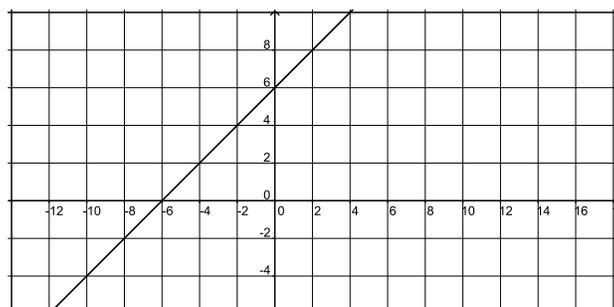
Suggerimento: per "salvare" quanto già fatto nell'esercizio precedente, ti consiglio di cominciare a considerare, come primi casi dell'algoritmo, quelli in cui "scompaiono" i termini di secondo grado; successivamente, potrai "inserire" la parte di algoritmo dell'esercizio precedente in questo nuovo, più ampio.



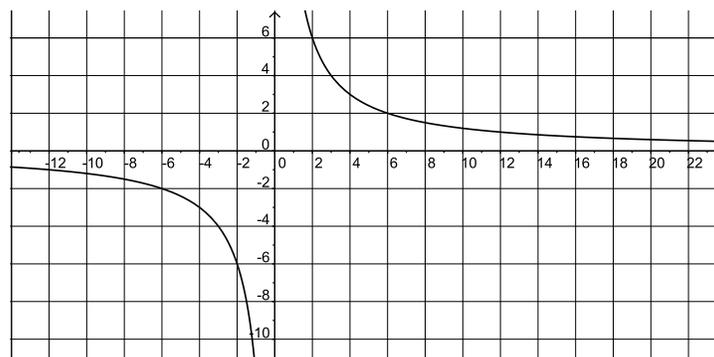
(a) Grafico della curva A.



(b) Grafico della curva B.



(c) Grafico della curva C.



(d) Grafico della curva D.

Figura 1: Grafici relativi all'esercizio 7.

Figura 2: Metodo per “scegliere” tra circonferenza, ellisse, iperbole. Le lettere fanno riferimento all’equazione canonica $ax^2 + by^2 + cx + dy + e = 0$. Completa lo schema come esercizio. Nel primo dei rombi vuoti, devi inserire una condizione relativa al raggio della circonferenza. Se vuoi, puoi lasciare le lettere - e l’equazione - come scritto sopra; se preferisci, puoi far riferimento all’equazione canonica della circonferenza, $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$.

